

oi, 30.4.2020, 9a+, ph

Kraft F auf den Mond mit

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \text{mit } v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi \cdot \frac{380000 \text{ km}}{27,2 \text{ d}} = 2\pi \cdot \frac{38 \cdot 10^7 \text{ m}}{27,2 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 1016 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,016 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$\text{ergibt } F = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \cdot \frac{\left(\frac{1016 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{380000 \text{ km}}\right)^2}{380000 \cdot 10^3 \text{ m}} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \cdot \frac{\left(\frac{1016 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{380000 \cdot 10^3 \text{ m}}\right)^2}{380000 \cdot 10^3 \text{ m}} = 0,02 \left[\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{m}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right]$$

Diese Kraft ist im Verhältnis zur Masse des Mondes sehr klein.

Newton hat diese Rechnung tatsächlich so ähnlich durchgeführt, um seine Gravitationsformel zu untermauern - allerdings hat er nicht die Kraft F sondern die Beschleunigung a betrachtet, da er die Masse des Mondes nicht kannte:

$$\text{mit } F = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{R} \text{ erhält man für } a = \frac{v^2}{R} \text{ mit R als Radius der Mondbahn um die Erde.}$$

Was man aber bereits seit dem historischen Griechenlang wußte: $R \approx 60r$ mit r als Erdradius.

Und auch der Radius der Erde war nach Columbus einigermaßen genau bekannt: $r = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Das gab Newton die Möglichkeit die Beschleunigung auf den Mond mit der seit Galilei bekannten Beschleunigung an der Erdoberfläche - also $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ - in Verbindung zu bringen:

Er vermutete, dass es sich dabei um ein und dieselbe Kraft - eben die Gravitationskraft G - handelt und dass diese Kraft umgekehrt proportional zur Entfernung sein müsste:

also wäre die Beschleunigung auf den Mond das $\frac{1}{60^2}$ - fache der Erdbeschleunigung g

Damit erhält man folgenden zu überprüfenden Ansatz:

$$a_M = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{60r} = \left(\frac{1}{60}\right)^2 \cdot g \Rightarrow g = \frac{v^2}{r} \cdot \frac{60^2}{60} = \frac{\left(\frac{1019 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6370 \text{ km}}\right)^2}{6370 \text{ km}} \cdot 60 = \frac{\left(\frac{1019 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6,37 \cdot 10^6 \text{ m}}\right)^2}{6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} \cdot 60 = 9,78 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ok!!}$$

Das bestätigte Newton in der Formulierung seiner Formel für die Gravitationskraft

$$\mathbf{G} = \boldsymbol{\gamma} \cdot \frac{\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2}{r^2}$$

mit der Gravitationskonstante γ , Symmetrie zu m_1 und m_2 und Abstandsquadrat
- also alles in Einverständnis zu seinen grundsätzlich formulierten 3 Newtonschen Gesetzen!

Arbeitsauftrag/HA

Aufgabe 1

Ein Formel1-Bolide fährt mit $v = 150 \text{ km/h}$ eine Kurve mit dem Bahnradius $r = 45 \text{ m}$.

a: Berechne die auftretende Beschleunigung.

[Zwischenergebnis: $a = 38,6 \text{ m/s}^2$]

b: Gib diese Beschleunigung als Vielfaches der Erdbeschleunigung an!

c: Die nächste Kurve besitzt einen Kurvenradius von $r = 28 \text{ m}$.

Mit welcher Geschwindigkeit kann er die Kurve durchfahren, wenn die Beschleunigung aus a nicht überschritten werden soll.

d: Ein gut trainierter Formel1-Fahrer kann eine Kurve mit $a = 8 \cdot g$ durchfahren. Welche Geschwindigkeit kann er damit erreichen, wenn die Kurve einen Radius von 28 m besitzt.

Aufgabe 2

Ein Fahrradfahrer fährt mit $v = 25 \text{ km/h}$ eine Kurve mit dem Bahnradius $r = 28 \text{ m}$.

a: Berechne die auftretende Beschleunigung.

[Zwischenergebnis: $a = 1,7 \text{ m/s}^2$]

b: Gib diese Beschleunigung als Vielfaches der Erdbeschleunigung an!

c: Die nächste Kurve besitzt einen Kurvenradius von $r = 35 \text{ m}$.

Mit welcher Geschwindigkeit kann er die Kurve durchfahren, wenn die Beschleunigung aus a nicht überschritten werden soll.

d: Ein gut trainierter Fahrrad-Fahrer kann eine Kurve mit $a = 0,5 \cdot g$ durchfahren. Welche Geschwindigkeit kann er damit erreichen, wenn die Kurve einen Radius von 28 m besitzt.

Aufgabe 3

Ein Diskuswerfer dreht eine Runde mit ca. $T = 0,6 \text{ s}$ - dabei beträgt der Radius zur Diskusscheibe ca. 80 cm .

a: Berechne die Geschwindigkeit des Diskus

[$v = 8,4 \text{ m/s}$]

b: Berechne die Beschleunigung auf den Diskus als Vielfaches der Erdbeschleunigung g .

[$a = 8,9 \cdot g$!!!]

c: Um den Weltrekord zu übertreffen müsste der Diskuswerfer seine Beschleunigung auf $90 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ steigern.
Um wie viel Prozent müsste er seine Drehzeit herunter drücken?